想方「設」法：後設認知解題～一元一次方程式應用題

張淑惠

摘要

|  |
| --- |
| 摘要內文 作者參考Montague（2000）「Solve It 解題策略教學」中的解題步驟，將後設認知策略搭配一元一次方程式應用問題的比較類題型解題過程略做修改，簡化改編解題步驟為「閱讀」、「自己說」、「畫圖」、「列式」、「計算」和「檢查」六個步驟，每個解題步驟都皆包含「自我教導」、「自我提問」和「自我監控」等後設認知策略，更加具體說明如何運用後設認知策略引導解題歷程的進行，並依此順序編成口訣：「讀、說、畫、列、算、查」方便學生記憶，教學時製作成「解題步驟卡」，方便學生在解題時運用策略，做為自我提示之工具。關鍵字：後設認知 數學解題 一元一次方程式應用問題 比較類題型 |

1. 教學活動設計架構圖

小主題

想方「設」法：後設認知解題～一元一次方程式應用題

**數學領域**

國中七年級數學第一冊

一元一次方程式應用問題

特殊需求領域─學習策略

後設認知解題六步驟自

奏嘔

比較類題型~一致語言

比較類題型~不一致語言

1. 教學簡報
2. 教學影片

3.解題步驟卡

4.學習單

1. 解題小偵探：帶入解題的重要性
2. 討論解題歷程

口頭評量：

能口頭回答解題六步驟。

1.教學簡報

2.解題步驟卡

3.學習單

教學

資源

時間

主要

教學

活動

評量

目標

課程

領域

3節課

3節課

2節課

1.教學簡報

2.解題步驟卡

3.學習單

1. 認識解題六步驟
2. 熟練解題六步驟
3. 認識解題歷程
4. 運用解題六步驟
5. 運用一元一次方程式紀錄生活中的情境問題～比較類題型(一致語言)
6. 運用解題六步驟
7. 運用一元一次方程式紀錄生活中的情境問題～比較類題型(不一致語言)
8. 老師示範：運用解題步驟進行解題～比較類題型(一致語言)
9. 學生練習：運用解題步驟進行解題～比較類題型(一致語言)
10. 老師示範：運用解題步驟進行解題～比較類題型(不一致語言)
11. 學生練習：運用解題步驟進行解題～比較類題型(不一致語言)

紙筆評量：評量單

紙筆評量：評量單

1. 教學活動設計表

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 教學設計名稱 | 一元一次方程式 | 教學設計者 | 張淑惠 |
| 適用階段 | □一二年級 □三四年級□五六年級 ■七~九年級 | 教學時間 | 每節45分鐘，總計8節共360分鐘 |
| 主題 | □特教宣導活動■（數學）領域課程調整 ■特殊需求領域（學習策略）課程 □跨領域教學課程 |
| 適用對象 | □普通學生 □學習功能優異學生■學習功能輕微缺損學生 □學習功能嚴重缺損學生 |
| 設計理念 |  作者任教於國中資源班，發現學習障礙學生解題時會盲目運算，過度依賴關鍵字進行解題，導致解題成效不佳，長期以來，對學習數學感到沮喪，再加上國中數學的應用問題需要運用較多的抽象符號，對於學障學生而言，更造成解題上的困難。國外學者Montague自1986年開始進行學習障礙學生在數學解題方面的一系列研究，發現數學解題除須重視解題步驟的認知歷程外，也要重視後設認知對解題的影響，教師須明確教導學生認知和後設認知策略以提高解題成效（Montague, 1992, 1997, 2000）。作者認為「Solve It 解題策略教學」不但沒有傳統解題教學忽略認知心理運作歷程的缺失，也關注到學習障礙學生的優弱勢能力及學習需求，增加明確教導解題步驟與後設認知策略，利用放聲思考示範解題流程與師生討論等教學活動，循序漸進地讓學生熟練解題步驟與自我調整策略，在教學過程中積極給予正向回饋與定期評量以紀錄進步情形，相當適於學習障礙學生，故擬採用「Solve It 解題策略教學」進行一元一次方程式應用問題的解題教學。依國外學者對於加減應用問題的分類，可分為合併類（combine）、改變類（change）和比較類（compare）三種題型。學習障礙學生在面對「比較類」題型時，解題能力會低落許多，「比較類」題型又可分為「一致語言」和「不一致語言」兩種題型，其中又以「不一致語言」題型更感困難。本次教學題型以一元一次方程式「比較類」的「一致語言」和「不一致語言」加減應用問題進行教學，應用問題的用詞及情境，盡量與學生日常生活相關為主，題目內皆有一個關係句描述兩個未知數之間的比較關係，其一致或不一致語言表現於假設未知數與列式方面，學生必須依據題目中的關係句，列出正確的方程式並進行計算，最後寫出答案與單位，並進行驗證才算答對。 |
| 核心素養項目 | 學習內容/學習表現 | 學習目標 |
| B.溝通互動數-J-B1具備處理代數與幾何中數學關係的能力，並用以描述情境中的現象。能在經驗範圍內，以數學語言表述平面與空間的基本關係和性質。能以基本的統計量與機率，描述生活中不確定性的程度。 | **《數學領域》**【學習表現】a-IV-1 理解並應用符號及文字敘述表徵數學問題情境中的未知量及運算。（簡）a-IV-2→理解一元一次方程式及其解的意義，能以移項法則求解。→能列出生活情境中數學問題中的一元一次方程式。（簡、分）【學習內容】A-7-1 以代數符號表徵交換律、分配律、結合律；一次式的化簡及同類項；應用符號及文字敘述表徵數學問題情境中的未知量。（簡）A-7-2**一元一次方程式的意義：**一元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元一次方程式。（不調整）A-7-3**一元一次方程式的解法與應用：**等量公理；移項法則；應用問題。（簡） | 1.能理解一元一次方程式的意義及其代數運算，並能運用符號算式紀錄生活中的情境問題。 |
| 特學-E-C1運用學習策略發展個人生活道德的知識語是非判斷的能力，裡解並遵守社會道德規範。 | **《特殊需求領域》─學習策略**【學習表現】特學4-III-4 自我檢核和記錄學習過程及結果。【學習內容】特學D-III-4 記錄學習過程和結果的方法。 | **2.**能認識解題六步驟與解題歷程 |
| 參考資料或教學媒體 | **論文或期刊**：江美娟（2002）。[後設認知策略教學對國小數學學習障礙學生解題成效之研究](http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/gs32/gsweb.cgi/ccd%3DtES6vW/record?r1=2&h1=1)（未出版之碩士論文）。國立彰化師範大學，彰化市。邱佳寧（2001）。國小數學學習障礙學生解題策略之研究（未出版之碩士論文）。國立彰化師範大學，彰化市。洪意琇（2008）。[後設認知策略教學對增進國中學習障礙學生代數文字題解題成效之研究](http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/gs32/gsweb.cgi/ccd%3DtES6vW/record?r1=1&h1=6)（未出版之碩士論文）。國立臺北教育大學，臺北市。鍾承均（2011）。[認知-後設認知策略對國小五年級數學困難學生文字題解題學習成效之研究](http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/gs32/gsweb.cgi/ccd%3DtES6vW/record?r1=1&h1=12)（未出版之碩士論文）。國立臺北教育大學，臺北市。羅榮福（2004）。[國民中學學習障礙學生與普通學生解一元一次方程式問題之比較研究](http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/gs32/gsweb.cgi/ccd%3DtES6vW/record?r1=1&h1=0)（未出版之碩士論文）。國立彰化師範大學，彰化市。Montague, M., Warger, C., & Morgan, T. H. (2000). Solve It! strategy instruction to improve mathematical problem solving. Learning Disabilities Research & Practice, 15(2), 110-116.**教學媒體**：康軒出版社教學資源包～淡水老師老街冰淇淋大叔之代數篇 （故事腳本：台北市仁愛國中歐陽平老師）。**一元一次方程式應用問題解題步驟卡**：自編。**教學簡報、學習單、評量單**：自編。**測驗記分表、教學程序檢核表**：自編。 |

1. 教學活動

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 具體目標 | 教學活動【第一堂課】 | 時間 | 教學資源 | 評量方式與標準 |
| 能認識解題六步驟與解題歷程 | 【準備活動】1.老師跟學生討論解題在生活中的重要性。2.解題小偵探：老師帶領學生扮演解題小偵探，老師跟學生討論解題需要的策略有哪些，以了解學生會用的解題策略有哪些，如：閱讀問題、找關鍵字、計算…等，並將這些策略寫在教學簡報的大圖表中。 | 5 | 教學簡報 | 口頭評量：能口頭回答解題六步驟。 |
| 【發展活動】1.老師依據與學生討論之解題策略，提出六個解題步驟。2.老師示範根據教學簡報呈現的圖表說出解題步驟。3.學生練習根據教學簡報呈現的圖表說出解題步驟。4.老師與學生討論解題步驟與解題歷程，鼓勵學生發問。5.發給學生解題步驟卡。 | 25 | 1.教學簡報2.解題步驟卡 |
| 【綜合活動】1.進行課堂總結。2.學生完成評量測驗卷，共4題。 | 15 | 1.解題步驟卡2.評量單 |
| 具體目標 | 教學活動【第二堂課】 | 時間 | 教學資源 | 評量方式與標準 |
| 1.能認識解題六步驟與解題歷程2.能由具體情境中列出一元一次方程式 | 【準備活動】運用解題步驟卡複習六個解題步驟。 | 5 | 解題步驟卡 | 紙筆評量：1.完成學習單，正確率達80%。2.能以符號表示常用公式、運算規則及常見數量關係。 |
| 【發展活動】1. 請學生說出六個解題步驟，教師提供糾正與回饋。
2. 老師示範運用六個解題步驟解題，並在過程中引導學生運用後設認知策略。
3. 老師示範解題後，與學生討論解題步驟並引導學生回顧解題歷程中所使用的後設認知策略（自我教導、自我提問、自我監控）。
 | 20 | 1.教學簡報2.解題步驟卡3.學習單 |
| 【綜合活動】1.進行課堂總結。2.學生完成評量測驗卷，共4題。 | 20 | 評量單 |
| 具體目標 | 教學活動【第三堂課】 | 時間 | 教學資源 | 評量方式與標準 |
| 1.能認識解題六步驟與解題歷程2.能由具體情境中列出一元一次方程式3.能以移項法則來解一元一次方程式4.能檢驗所求得的解是否合乎題意。 | 【準備活動】1. 以｢淡水老街冰淇淋大叔｣影片引發學生運用一元一次方程式解決日常生活問題的動機。
2. 複習舊經驗：

 (1)教師複習解題的六個步驟。 (2)學生說出解題的六個步驟。 | 10 | 1.影片2.解題步驟卡 | 紙筆評量：完成學習單，正確率達80%。 |
| **【發展活動】**1.老師配合教學簡報、解題步驟卡與學習單，講解例題1，請學生依據解題六步驟，完成學習單。例題1: 梓茹與家人到博物館參觀，買 2 張全票與 3 張學生票共付了 440 元。若全票比學生票貴 20 元，則每張學生票多少元？（一致語言）

|  |
| --- |
| **後設認知之解題步驟** |
| 1、把題目念一遍，或仔細看一遍。 |
| 1. 找到「？」，「？」的前面這句就是題目要問的問題。
 |
| 1. 把關鍵字畫線。
 |
| 1. 把題目要用到的數字圈起來。
 |
| 5、寫出「我知道的已知條件」和「我要回答的」。 |
| 6、畫圖或列表。 |
| 7、假設未知數。 |
| 8、列出算式。 |
| 9、計算步驟與原則（同類項合併、等量公理…）。 |
| 10、把答案帶回算式檢查。 |

2.老師示範等量公理、移項法則求方程式的解。3.請學生依解題步驟卡與學習單，藉由放聲思考方式，進行類題1的練習。 4.待學生完成後，教師檢討並針對解題步驟卡使用及作答情形檢討。 | 15 | 1.教學簡報2.解題步驟卡3.學習單 |
| 【綜合活動】1.進行課堂總結。2.學生完成評量單，共4題。 | 20 | 評量單 |
| 具體目標 | 教學活動【第四堂課】 | 時間 | 教學資源 | 評量方式與標準 |
| 1.能認識解題六步驟與解題歷程2.能由具體情境中列出一元一次方程式3.能以移項法則來解一元一次方程式4.能檢驗所求得的解是否合乎題意。 | 【準備活動】1.教師複習解題的六個步驟。2.學生說出解題的六個步驟。 | 10 | 解題步驟卡 | 紙筆評量：完成學習單，正確率達80%。 |
| **【發展活動】**1. 老師配合教學簡報、解題步驟卡與學習單，講解例題2，請學生依據解題六步驟，完成學習單。

例題2: 梓茹與家人到博物館參觀，買 2 張全票與 3 張學生票共付了 440 元。若全票比學生票貴 20 元，則每張全票多少元？（不一致語言）

|  |
| --- |
| **後設認知之解題步驟** |
| 1. 把題目念一遍，或仔細看一遍。
 |
| 2、找到「？」，「？」的前面這句就是題目要問的問題。 |
| 3、把關鍵字畫線。 |
| 1. 把題目要用到的數字圈起來。
 |
| 5、寫出「我知道的已知條件」和「我要回答的」。 |
| 6、畫圖或列表。 |
| 7、假設未知數。 |
| 8、列出算式。 |
| 9、計算步驟與原則（同類項合併、等量公理…）。 |
| 10、把答案帶回算式檢查。 |

2.老師示範等量公理、移項法則求方程式的解。3.請學生依解題步驟卡與學習單，藉由放聲思考方式，進行類題2的練習。 4.待學生完成後，教師檢討並針對解題步驟卡使用及作答情形檢討。 | 15 | 1.教學簡報2.解題步驟卡3.學習單 |
| 【綜合活動】1.進行課堂總結。2.學生完成評量單，共4題。 | 20 | 評量單 |
| 具體目標 | 教學活動【第五堂課】 | 時間 | 教學資源 | 評量方式與標準 |
| 1.能認識解題六步驟與解題歷程2.能由具體情境中列出一元一次方程式3.能以移項法則來解一元一次方程式4.能檢驗所求得的解是否合乎題意。 | 【準備活動】1.教師複習解題的六個步驟。2.學生說出解題的六個步驟。 | 10 | 解題步驟卡 | 紙筆評量：完成學習單，正確率達80%。 |
| 【發展活動】1.老師以一元一次方程式應用問題（一致語言）示範運用六個解題步驟解題，並在過程中引導學生運用後設認知策略。2.老師與學生討論解題歷程，給予學生糾正與回饋。3.老師以一元一次方程式應用問題（不一致語言）示範運用六個解題步驟解題，並在過程中引導學生運用後設認知策略。4.老師與學生討論解題歷程，給予學生糾正與回饋。 | 15 | 1.教學簡報2.解題步驟卡3.學習單 |
| 【綜合活動】1.進行課堂總結。2.學生完成評量單，共4題。 | 20 | 評量單 |
| 具體目標 | 教學活動【第六堂課】 | 時間 | 教學資源 | 評量方式與標準 |
| 1.能認識解題六步驟與解題歷程2.能由具體情境中列出一元一次方程式3.能以移項法則來解一元一次方程式4.能檢驗所求得的解是否合乎題意。 | 【準備活動】學生說出解題的六個步驟。 | 5 | 解題步驟卡 | 紙筆評量：完成學習單，正確率達80%。 |
| 【發展活動】1. 請學生依解題步驟卡與學習單，藉由放聲思考方式，進行一元一次方程式應用問題（一致語言）的解題。
2. 老師與學生討論解題歷程，鼓勵學生提問，老師給予積極回饋與訂正。
 | 20 | 1.教學簡報2.解題步驟卡3.學習單 |
| 【綜合活動】1.進行課堂總結。2.學生完成評量單，共4題。 | 20 | 評量單 |
| 具體目標 | 教學活動【第七堂課】 | 時間 | 教學資源 | 評量方式與標準 |
| 1.能認識解題六步驟與解題歷程2.能由具體情境中列出一元一次方程式3.能以移項法則來解一元一次方程式4.能檢驗所求得的解是否合乎題意。 | 【準備活動】學生說出解題的六個步驟。 | 5 | 解題步驟卡 | 紙筆評量：完成學習單，正確率達80%。 |
| 【發展活動】1. 請學生依解題步驟卡與學習單，藉由放聲思考方式，進行一元一次方程式應用問題（不一致語言）的解題。
2. 老師與學生討論解題歷程，鼓勵學生提問，老師給予積極回饋與訂正。
 | 20 | 1.教學簡報2.解題步驟卡3.學習單 |
| 【綜合活動】1.進行課堂總結。2.學生完成評量單，共4題。 | 20 | 評量單 |
| 具體目標 | 教學活動【第八堂課】 | 時間 | 教學資源 | 評量方式與標準 |
| 1.能認識解題六步驟與解題歷程2.能由具體情境中列出一元一次方程式3.能以移項法則來解一元一次方程式4.能檢驗所求得的解是否合乎題意。 | 【準備活動】學生說出解題的六個步驟。 | 5 | 解題步驟卡 | 紙筆評量：完成學習單，正確率達80%。 |
| 【發展活動】1. 請學生依解題步驟卡與學習單，藉由放聲思考方式，進行一元一次方程式應用問題（一致語言和不一致語言各一題）的解題。
2. 老師與學生討論解題歷程，鼓勵學生提問，老師給予積極回饋與訂正。
 | 20 | 1.教學簡報2.解題步驟卡3.學習單 |
| 【綜合活動】1.進行課堂總結。2.學生完成評量單，共4題。 | 20 | 評量單 |

1. 實際教學運用後的修改與教學省思

|  |
| --- |
|  作者在此次教學感受到最明顯的改變是學生解題時比較不會焦慮，雖然學生普遍認為後設認知策略的解題方式比較花時間，但熟悉解題步驟後，學生覺得解題過程比較踏實，特別是監控自己完成畫圖的步驟與驗證答案後，能確實掌握未知數中比較量的關係，增加信心，減少中途放棄做答的機率。 但在教學過程中，仍有一些地方需要重新檢視或進行調整，歸納說明如下：1.「Solve It 解題策略教學」強調要先評量學生的優弱勢能力再進行教學，且作者在教學前也進行了學生現況能力與教材分析〈附件一：教學研究〉，但學習障礙學生畢竟是異質性極高的團體，因此，教學時還是需要留意個別學生的學習需求或優弱勢能力進行教學上的調整，例如：有的學障學生面對「不一致語言」題型時能比較快正確反應，但有些學障學生因為語言理解能力較薄弱的關係，對於A比B多或A比B少的比較型關係句時，還是感到難以理解，如果在教學前，針對語言理解能力較差的學生，先教導比較型的關係句的概念再進行解題教學，成效會更好。2.在教學技巧的使用方面，「Solve It 解題策略教學」強調放聲思考示範、互動討論與正向回饋，但因為教學時間的限制，作者將比較多的時間放在解題步驟的教學與解題示範，較忽略教師或同儕回饋與討論的部分，因此，作者認為在教學前教師還是要熟習教學技巧與實施程序，可適時運用附件十一：教學程序檢核表，並在教學過程保持彈性，依據學生反應隨機應變，才是後設認知策略教學成功與否的關鍵。 |

1. 附件：作業單或評量單等教學相關資料

|  |
| --- |
| 1. 教學研究
2. 教材分析
3. 一元一次方程式之比較類應用問題（一致語言、不一致語言）題型說明
4. 解一元一次方程式應用問題的解題困難與特徵
5. 參考Montague的 Solve It 的解題步驟，自編解題六步驟
6. 教學影片：康軒出版社教學資源包～淡水老師老街冰淇淋大叔之代數篇（故事腳本：台北市仁愛國中歐陽平老師）

三、一元一次方程式應用問題解題步驟卡【學生用】四、教學簡報~一元一次方程式比較類應用問題（一致語言）題型五、教學簡報~一元一次方程式比較類應用問題（不一致語言）題型六、學習單~一元一次方程式比較類應用問題（一致語言）題型七、學習單~一元一次方程式比較類應用問題（不一致語言）題型八、評量單：一元一次方程式比較類應用問題測驗~題目九、「一元一次方程式應用問題測驗」計分表【教師用】十、教學程序檢核表【教師用】 |